

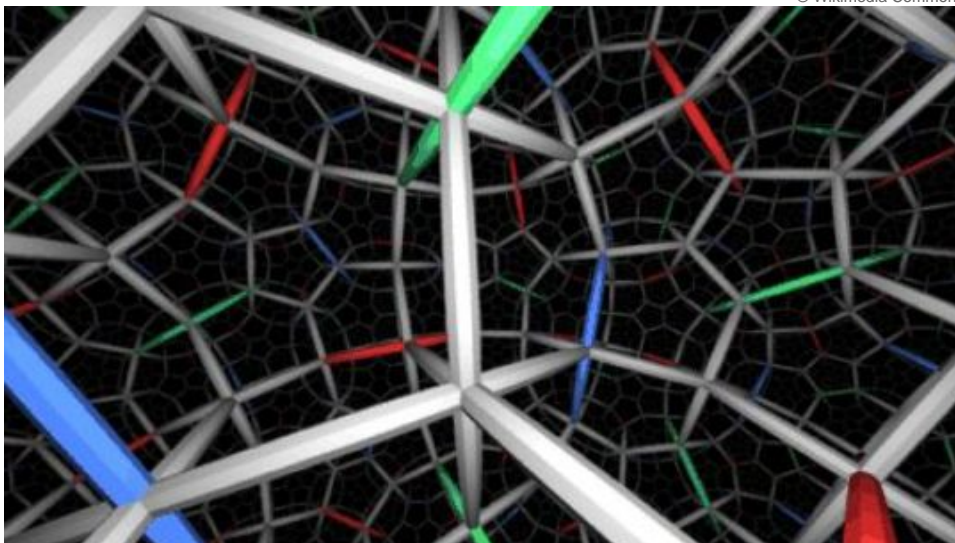
GRIGORIJ PERELMAN

Preis ohne Träger

Der russische Mathematiker Grigorij Perelman sollte in Paris für die Lösung eines Jahrhundertproblems eine Million Dollar Preisgeld bekommen. Bis zum Schluss war nicht sicher, ob der Laureat erscheint

von Christoph Drösser | 10. Juni 2010 - 08:00 Uhr

© Wikimedia Commons



Der russische Mathematiker Grigori Perelman hat den Beweis für eine 1904 geäußerte Vermutung erbracht. Für Laien ist die Theorie dahinter kaum zu verstehen

»Es ist mir eine große Ehre, diesen Preis zu verleihen an ... wer auch immer ihn annimmt!«

Mit entwaffnender Offenheit zeigte der amerikanische Stifter Landon Clay am Dienstag dieser Woche in Paris, dass es zwar einen Jahrhundertdurchbruch zu feiern galt, dass aber gleichzeitig die Hauptperson fehlte: Grigorij Perelman, der 44-jährige russische Mathematiker.

Er meidet seit Jahren konsequent die Öffentlichkeit – und hat sich noch nicht entschieden, ob er Clays Dollarmillion annimmt. Die Stiftung hat sie vor zehn Jahren für die Lösung der 1904 von Henri Poincaré geäußerten Vermutung sowie sechs weiterer mathematischer Probleme ausgeschrieben. Schließlich übergab Clay die Plexiglas-Trophäe, die mit dem Preis einhergeht, an Poincarés Enkel François.

Die Luft war stickig im ehrwürdigen Hörsaal des Ozeanographischen Instituts. Kurze Preisreden kamen von Andrew Wiles, der im Jahr 1995 Fermats letzten Satz bewiesen hatte, und mehreren Trägern der Fields-Medaille, des Nobelpreis-Äquivalents für Mathematiker: Michael Atiyah, Stephen Smale, Bill Thurston, Curtis McMullen, Simon Donaldson – sie alle hatten sich irgendwann im Lauf ihrer Karriere die Zähne an Poincarés Vermutung ausgebissen. Im Publikum saßen weitere große Geister aus allen Zweigen der Mathematik.



© dpa

Der russische Mathematiker Grigorij Perelman scheut seit Jahren die Öffentlichkeit. Diese Mathematiker waren nicht wegen der Million nach Paris gekommen – im Gegenteil, »jeder von uns würde eine Million Dollar bezahlen, um eines der großen mathematischen Rätsel zu lösen«, sagte der Briten Marcus du Sautoy.

Einige Teilnehmer waren ebenso verschoben wie der Preisträger

Sie kamen auch nicht wegen der von den Medien immer wieder aufgegriffenen Geschichten über Perelmans Lebensstil: dass der verschrobene Mann bei seiner Mutter in einem Plattenbau vor den Toren Sankt Petersburgs lebe, angeblich unter prekären hygienischen Bedingungen. Dass er Haare und Fingernägel nicht schneide, all das können und wollen sie nicht mehr hören, zumal einige hier dem Preisträger an Verschobenheit nicht nachstehen. Die Stimmung war vielmehr geprägt von Dankbarkeit und Respekt

Perelman gegenüber. Aber die Mathematiker sind auch ratlos: Warum redet er nicht wenigstens mit uns? Was haben wir ihm angetan?

Der Festakt beendete offiziell eine mathematische Ära, acht Jahre nach Perelmans bahnbrechenden Arbeiten. Viele Mathematiker weltweit stürzten sich in der Folge auf die drei knapp formulierten Texte, aber sie fanden keine Fehler. Schon 2006, beim Mathematiker-Weltkongress in Madrid, wurde Perelman für seine Leistung die Fields-Medaille zuerkannt.

Aber er lehnte sie ab und glänzte durch Abwesenheit. Die letzten Augenzeugenberichte einer Begegnung mit Perelman stammen aus dem Sommer 2006, seitdem werden Besucher durch die geschlossene Wohnungstür abgefertigt. Jim Carlson, Präsident des Clay-Instituts, hat »von Zeit zu Zeit« Kontakt zu dem mathematischen Einsiedler. »Innerhalb eines vernünftigen Zeitrahmens«, sagt Clay, wolle Perelman sich entscheiden, ob er den Preis annehme.

War der Russe vielleicht sauer auf die mathematische Gemeinschaft, weil zwischenzeitlich zwei chinesische Mathematiker ein paar kleinere Lücken seines Beweises füllten und dann 2006 die Autorenschaft für sich beanspruchten? Die Irritationen sind längst beseitigt. Im Unterschied zu anderen Fächern lässt sich in der Mathematik am Ende immer entscheiden, wer recht hatte. Der »endgültige Beweis« für Poincarés Vermutung ist gewiss hundertmal verkündet worden, und immer fand sich ein Fehler. Nur Perelmans Beweis erwies sich als fehlerfrei.

Die Vermutung, die nun zur Gewissheit geworden ist, behandelt die Struktur dreidimensionaler Räume. Um sie zu verstehen, muss man mit zwei Dimensionen anfangen: Wir wissen heute, dass die Erde, grob gesagt, die Form einer Kugel hat. In früheren Jahrhunderten war diese Einsicht keineswegs selbstverständlich. Lokal sieht die Erde ja weitgehend flach aus, und man könnte sich zum Beispiel vorstellen, dass sie eine Ebene ist, die sich in alle Richtungen unendlich erstreckt.

Aber selbst wenn man weiß, dass die Erdoberfläche endlich ist und man, wenn man in irgendeine Richtung losfährt, irgendwann wieder am Ausgangspunkt ankommt – selbst dann ist eine mehr oder weniger verzerrte Kugel nicht die einzige theoretisch mögliche Form. Wir könnten zum Beispiel auch auf einem Torus leben, einer Art riesigem Schmalzkringel. Wie kann man die Form des Planeten feststellen, wenn man auf die zwei Dimensionen der Oberfläche beschränkt ist und ihn nicht von außen betrachten kann?

Die Antwort gibt die Topologie, eine recht junge mathematische Disziplin, die Poincaré wesentlich mit begründet hat. Der Unterschied zwischen der Sphäre und dem Torus ist der folgende: Auf der Sphäre kann man jeden geschlossenen Weg, den man sich wie ein Gummiband vorstellen kann, auf einen Punkt zusammenziehen. Beim Torus geht das nicht, da gibt es Wege, bei denen das Gummi nicht zusammenschnurren kann. Alle beschränkten zweidimensionalen Räume, bei denen sich alle geschlossenen Wege zusammenziehen

lassen (man nennt sie »einfach zusammenhängend«), entsprechen einer Kugeloberfläche. Das ist seit dem 19. Jahrhundert bekannt.

Poincarés Vermutung überträgt das nun in drei Dimensionen. Es ist schwer, sich solche dreidimensionalen Räume vorzustellen, die endlich sind, aber keinen Rand haben – eigentlich bräuchte man eine vierte Dimension dazu, so wie wir uns die zweidimensionale Sphäre im dreidimensionalen Raum eingebettet vorstellen. Andererseits leben wir aber genau in einem solchen Objekt: Unser Universum ist ein dreidimensionaler Raum, der – nach allem, was die Kosmologie heute weiß – nicht unendlich groß ist, und trotzdem stößt man nirgends an eine Wand. Und über solche Räume vermutete Poincaré: Wenn man in ihnen alle geschlossenen Wege auf einen Punkt zusammenziehen kann, dann sind sie äquivalent zur Drei-Sphäre.

Laien haben Probleme, sich solch höherdimensionale Strukturen vorzustellen. Mathematiker auch – aber sie haben ihren Formalismus und können unter dem Motto »Augen zu und rechnen« Aussagen über Objekte machen, die sich ihrer Anschauung entziehen. Der Formalismus ist nicht auf drei Dimensionen beschränkt, sondern man kann auch mit vier, fünf oder gar unendlich vielen Dimensionen rechnen. Schon 1961 zeigte Stephen Smale – der auch diese Woche in Paris anwesend war –, dass Poincarés Aussage in Räumen mit der Dimension fünf oder mehr gilt. 1982 bewies Michael Freedman die Gültigkeit für die Dimension vier. Just die Dimension drei, in der wir leben, erwies sich als die vertrackteste. Das hängt damit zusammen, dass der dreidimensionale Raum der einzige ist, in dem es Knoten gibt – in höheren Dimensionen lösen sich alle Verschlingungen einer Kurve problemlos auf.

Mit den Mitteln der Topologie allein ließ sich das Problem nicht lösen. Die rettende Idee kam durch den Amerikaner Richard Hamilton Anfang der achtziger Jahre. Er wandte Methoden der Analysis auf komplexe dreidimensionale Formen an und erkannte, dass man sie mithilfe des sogenannten Ricci-Flusses vereinfachen konnte. So wie sich die Temperaturen in einem ungleichmäßig erhitzten Stück Metall mit der Zeit ausgleichen, weil die Wärme auf berechenbare Weise durch die Struktur fließt, so ließen sich auch Auswüchse der lokalen Geometrie in einem dreidimensionalen Raum glätten. Eine äußerst schwierige Methode, die immer wieder an sogenannten Singularitäten scheiterte, Stellen, an denen die Krümmung des Raumes unendlich groß wurde.

Das Genie zähmte die wilden mathematischen Gebilde

Perelmans Leistung war es, diese »pathologischen« Stellen im Ricci-Fluss zu umschiffen und zu zeigen, dass man mit diesem Werkzeug »wilde« Geometrien zu regulären umformen konnte. Damit erledigte er nicht nur die Poincarésche Vermutung, sondern bewies die von Thurston 1982 aufgestellte Klassifizierung sämtlicher dreidimensionaler Räume.

Richard Hamilton, der auch ein mathematischer Einzelgänger ist, fehlte diese Woche auf der Veranstaltung in Paris, obwohl er eingeladen worden war. Vielleicht hätte die Geschichte einen anderen Verlauf genommen, wenn er einen Brief aus Sankt Petersburg beantwortet hätte, den ihm sein glühender Verehrer Perelman im Jahr 1995 schickte. Der Russe bot ihm darin an, zusammen am Problem des Ricci-Flusses zu arbeiten. Als er keine Antwort bekam, entschloss sich Perelman, allein weiterzuarbeiten. Aus dieser mathematischen und persönlichen Isolation hat er bis heute keinen Ausweg gefunden.

COPYRIGHT: DIE ZEIT, 10.06.2010 Nr. 24

ADRESSE: <http://www.zeit.de/2010/24/Mathematik-Perelman-Preis>